

EXERCICE2		Éléments de réponses	Barème
1)	a)	Application du théorème des accroissements finis.	0.5
	b)	Calcul de la distance $M_k M_{k+1}$	0.25
	c)	Double inégalité.	0.25x2
2)	a)	Double inégalité.	0.25x2
	b)	Déduction de $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$.	0.5

EXERCICE3		Éléments de réponses	Barème
1-	a)	La forme exponentielle de $1 - i$	0.25
		La forme exponentielle de $1 + \sqrt{3}i$	0.25
	b)	Démonstration de l'égalité : $e^{i\frac{\pi}{12}} = \frac{(1-i)(1+\sqrt{3}i)}{2\sqrt{2}}$	0.25
	c)	Déduction de l'égalité : $\tan \frac{\pi}{12} = 2 - \sqrt{3}$	0.25
2-	d)	Démonstration de l'égalité : $u = (\sqrt{6} - \sqrt{2})e^{i\frac{\pi}{12}}$	0.5
	a)	Démonstration par récurrence que : $\forall n \in \mathbb{N}, x_n + iy_n = u^n$	0.5
3-	b)	Déduction des expressions de x_n et y_n	0.25x2
	a)	Détermination des entiers n pour lesquels les points O , A_0 et A_n sont alignés.	0.5
	b)	Démonstration que pour tout entier n , le triangle $OA_n A_{n+1}$ est rectangle en A_n	0.5

EXERCICE4		Éléments de réponses	Barème
1-	a)	Démonstration de $2^{p-1} \equiv 1 [p]$	0.25
	b)	Déduction de : $2^{\frac{p-1}{2}} \equiv 1 [p]$ ou $2^{\frac{p-1}{2}} \equiv -1 [p]$.	0.25
2-	a)	Démonstration que p et x sont premiers entre eux.	0.5
	b)	Déduction de : $2^{\frac{p-1}{2}} \equiv 1 [p]$	0.5
3-		Démonstration de p divise C_p^k pour tout $k \in \{1, 2, \dots, p-1\}$	0.25
4-	a)	Démonstration de l'égalité en utilisant la formule de Moivre.	0.25
	b)	Démonstration de : $2^{\frac{p}{2}} \cos\left(p \frac{\pi}{4}\right) \in \mathbb{Z}$ et $2^{\frac{p}{2}} \cos\left(p \frac{\pi}{4}\right) \equiv 1 [p]$	0.25x2
5-		Déduction	0.5

EXERCICE5		Éléments de réponses	Barème	
I	1-	Démonstration que E est un sous-groupe de $(M_2(\square), +)$	0.5	
	2-	Démonstration que E est un sous- espace vectoriel de $(M_2(\square), +, \cdot)$	0.25	
	3-	a)	Vérification de l'égalité.	0.25
		b)	Déduction que $(E, +, \times)$ est un anneau commutatif et unitaire.	0.5
	4-	a)	Vérification de l'égalité.	0.25
		b)	Déduction que $(E, +, \times)$ n'est pas un corps.	0.25
II	1-	Démonstration de l'équivalence.	0.25	
	2-	Démonstration que $F - \{0\}$ est un sous-groupe de (\square^*, \times)	0.25	
	3-	a)	Vérification de l'égalité.	0.25
		b)	Démonstration que φ est un homomorphisme de $(F - \{0\}, \times)$ vers (E, \times)	0.25
		c)	Déduction que $(G - \{O\}, \times)$ est un groupe commutatif.	0.25
	4-	Démonstration que $(G, +, \times)$ est un corps commutatif.	0.25	